САЛЬНИЙ Віталій Олександрович

Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, м. Київ

ОПТИМІЗАЦІЯ МЕТОДІВ ОПЕРАТИВНИХ РОЗРАХУНКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ АВІАЦІЙНИХ ЗАСОБІВ УРАЖЕННЯ

Класичні моделі оперативних розрахунків ефективності застосування авіаційного озброєння припускають ручний метод обчислення загальної зони ураження авіаційними засобами ураження за допомогою номограм. У статті наведений варіант методу автоматизації обчислень, що підвищує точність підсумкових результатів. Запропонований метод модернізації математичної моделі дозволяє здійснювати більш ефективні розрахунки різними мовами програмування.

***Ключові слова**: авіаційні засоби ураження, елементарна ціль, загальна зона ураження, приведена зона ураження,.*

Постановка проблеми та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Класичні математичні моделі оперативної оцінки ефективності застосування авіаційних засобів ураження (АЗУ) при розрахунках загальної зони ураження АЗУ передбачають використання номограм. Графічний вигляд таких функцій від декількох змінних, має ряд недоліків, а саме: складність внесення змін та виникнення суб’єктивних помилок в розрахунках, необхідність ретельної перевірки елементарних обчислень, що вимагає значних затрат часу та ручної праці.

Метою дослідження є розгляд методу автоматизації розрахунків ефективності застосування авіаційних засобів ураження, що дозволить підвищити виконання оперативних розрахунків.

Виклад основного матеріалу

В класичних площинних математичних моделях [1] і [2] оперативної оцінки ефективності застосування АЗУ використовується припущення про те, що кожний АЗУ має загальну зону ураження (ЗЗУ), яка будується симетрично до відповідної вихідної точки (точки падіння АЗУ). Загальна зона ураження кожного АЗУ ($ЗЗУ_1$) має розміри L_{x1}, L_{z1}. Визначена для ураження ціль може бути тільки в стані: “уражена” чи “не уражена”, а її центр потрапляє в $ЗЗУ_1$. Умовна ймовірність G_1 ураження елементарної цілі не залежить від положення центра цілі і дорівнює:

$$G_1 = \frac{l_x \cdot l_z}{L_{x1} \cdot L_{z1}} r, \tag{1}$$

де r – умовна ймовірність ураження цілі за умови влучення в неї;

l_x, l_z – розміри приведеної зони (площі) ураження (ПЗУ) по відповідних головних вісях розсіювання АЗУ.

Наведений вираз визначає ймовірність потрапляння центру елементарної цілі (ЕЦ) в площу ПЗУ за умови, що вона потрапила в $ЗЗУ_1$.

Таким чином, $ЗЗУ_1$ визначеного АЗУ – це зона, при влучанні в яку, ціль уражається даним АЗУ з ймовірністю G_1.

Центр ЕЦ може опинитися під перекриттям одночасно декількох $ЗЗУ_1$. Кількість перекрить V, під яке потрапляє центр ЕЦ, залежить від його координат X, Z відносно розосередження АЗУ, розмірів $ЗЗУ_1$ і характеру розосередження. Оскільки при фіксованих координатах X та Z, окремі АЗУ уражають ЕЦ незалежно один від одного, тоді і ймовірність ураження ЕЦ розраховується, як функція кількості V перекрить ЗЗУ$_1$ і далі, як функція координат X, Z:

$$G_{0(x,z)} = 1\text{-}(1\text{-}G_1)^{V_{(x,z)}}, \qquad (2)$$

У наведеному виразі, значення ймовірності ураження дискретно змінюється при перетині центру ЕЦ площини з одним числом перекрить ЗЗУ$_1$ до площини з другим числом перекрить, зберігаючи в кожній площині постійне значення. Визначена формула виражає загальний координатний закон ураження в дискретній формі.

Функція *V(x,z),* яка описує залежність числа перекрить ЗЗУ$_1$ від координат *X, Z*, називається характеристикою перекрить ЗЗУ$_1$ в ЗЗУ$_n$.

Дискретне подання загального координатного закону у визначеній формі, надає можливості побудувати алгоритм розрахунку середнього збитку при будь-якій заданій структурі розосередження вихідних точок, які можуть мати місце при різних умовах і організації стрільби (бомбометання).

Визначення загальної зони ураження *n* засобів ураження (ЗЗУ$_n$) витікає з дискретної форми наведення загального координатного закону ураження *n* АЗУ: ЗЗУ$_n$ є об'єднанням ЗЗУ$_1$, які побудовані навколо відповідних вихідних точок.

Важливою особливістю можливо вважати те, що ЗЗУ$_1$ з одного боку, є елементом ЗЗУ$_n$, з іншого – її окремим випадком при n=1.

Визначення розмірів ЗЗУ$_1$.

В межах припущень щодо схеми двох груп помилок і про існування ПЗУ, наведемо вираз ураження ЕЦ (через функцію Лапласа Φ_0).

$$\mathrm{W} = 4 \cdot \Phi_0 \cdot \left(\frac{l_x}{2\sqrt{\sigma_{xг}^2+\sigma_{xi}^2}} \right) \cdot \Phi_0 \cdot \left(\frac{l_z}{2\sqrt{\sigma_{zг}^2+\sigma_{zi}^2}} \right) \qquad (3)$$

де $\sigma_{xг}, \sigma_{xi}, \sigma_{zг}, \sigma_{zi}$ – середньоквадратичні відхилення (СКВ) групового та індивідуального розсіювання по вісях O_x і O_z.

Перші співмножники описують ймовірність накриття центру цілі зоною ураження, що розсіюється по нормальному закону розподілу суми векторів групових та індивідуальних помилок.

Така ж ймовірність може бути визначена, як добуток ймовірності накриття центру цілі зоною ЗЗУ$_1$, що розсіюється по закону групових помилок, на умовну ймовірність G_1:

$$\mathrm{W}=4 \cdot \Phi_0 \cdot \left(\frac{L_{x1}}{2\,\sigma_{xг}}\right) \cdot \Phi_0 \cdot \left(\frac{L_{z1}}{2\,\sigma_{zг}}\right) \cdot \frac{l_x l_z}{L_{x1} L_{z1}} r, \qquad (4)$$

Розміри L_{x1} та L_{z1} ЗЗУ$_1$ визначаються з рівності правих частин (2) і (3). Рівняння для знаходження L_{x1} має вигляд (для L_{z1} визначається за аналогом):

$$\frac{1}{L_{x1}} \cdot \Phi_0 \cdot \left(\frac{L_{x1}}{2}\right) = \frac{1}{l_x} \cdot \Phi_0 \cdot \left(\frac{l_x}{2\sqrt{1+\sigma_{xi}^2}} \right) \qquad (5)$$

Усі значення виражені в СКВ групової помилки за відповідними вісями, тобто у відносному безрозмірному вигляді (значення з нижньою рисою позначає значення з відповідною розмірністю):

$$L_{x1}=\frac{L_{x1}}{\sigma_{xг}};\ l_x=\frac{l_x}{\sigma_{xг}};\ \sigma_{xi}=\frac{\sigma_{xi}}{\sigma_{xг}}, \tag{6}$$

Таким чином, для конкретного АЗУ (розміри його ПЗУ: l_x, l_z – фіксовані) розмір ЗЗУ$_1$ по кожній вісі повністю визначається співвідношенням між СКВ індивідуального та групового розсіювання за відповідними вісями. Зокрема, при $\sigma_{xi} = \sigma_{zi} = 0$ розміри ЗЗУ$_1$ мінімальні і співпадають з розмірами ПЗУ. Зі збільшенням σ_i, збільшуються і розміри ЗЗУ$_1$.

Основною властивістю ЗЗУ$_1$ є те, що значення L_{x1}, L_{z1}, знайдені за допомогою рівняння (5), забезпечують визначення ймовірності ураження ЕЦ (групової та площинної), як при наявності систематичних помилок або виносу, так і без них. Для будь-якого АЗУ в групі, незалежно від положення його вхідної точки відносно центру розосередження АЗУ, характеристики ЗЗУ$_1$ однакові.

Але, властивості кожної ЗЗУ$_1$ в повному обсязі характеризують властивості сукупності АЗУ. Розміри ЗЗУ$_n$ при інших рівних умовах, залежать від кількості АЗУ, що застосовується. Це випливає з відомого в математичній статистиці положення про те, що розміри нормальної вибірки, в середньому, зростають зі збільшенням обсягу *n*. Доцільно коригувати розміри ЗЗУ$_1$ в залежності від кількості АЗУ, що застосовується.

Скориговані значення L_{x1}, L_{z1} визначаються відповідною номограмою від трьох чинників L_{x1} (σ_{xi}, l_x, Y_x), де облік використаних АЗУ проводиться шляхом корекції σ_i за відповідними вісями через показники:

$$Y_x= l_x \cdot\sqrt{n\text{-}1};\ Y_z = l_z \cdot\sqrt{n\text{-}1}, \tag{7}$$

Таким чином, формула (5) розрахунку загальної зони ураження кожного АЗУ L_{x1} та L_{z1} фактично не використовується через те, що визначає розміри ЗЗУ$_1$ без урахування впливу кількості АЗУ, що застосовується. Справжнє значення ЗЗУ$_1$, що використовується в моделі, зазвичай, знову перевизначається за номограмою.

Точність зняття параметрів не відповідає точності розрахунків, які використовуються в моделі аналітичних виразів. Похибка у визначенні розмірів L_{x1} та L_{z1} порівняна з похибкою формули (5), де кількість АЗУ не враховується. Модернізація моделі, в частині автоматизації розрахунків ЗЗУ$_1$, проводиться з метою усунення цього методичного недоліку та полягає в уточненні формули (5), що дозволяє обчислювати розміри L_{x1} та L_{z1} з урахуванням коригування впливу на них кількості АЗУ, що застосовується.

Коригувальне уточнення Δx та Δz за відповідними вісями вноситься у вираз (5) за допомогою підсумовування з СКВ індивідуального розсіювання $(\sigma_i+\Delta)$.

$$\frac{1}{L_{x1}}\cdot\Phi_0\cdot\left(\frac{L_{x1}}{2}\right)=\frac{1}{l_x}\cdot\Phi_0\cdot\left(\frac{l_x}{2\cdot\sqrt{1+(\sigma_{xi}+\Delta x)^2}}\right), \tag{8}$$

Уточнення Δ, як і значення L_{x1} та L_{z1}, є функцією трьох параметрів $\Delta=f(\sigma_{xi}, l_x, Y_x)$. Необхідні значення для розрахунку поправки застосовуються з [1], де в початкових значеннях, для практичних прикладів обчислень, що показують можливості моделі, наведено різноманітні варіації значень цих параметрів. Як в [1], так і в [2] йдеться мова, що облік впливу цих параметрів на розміри загальної зони ураження групи АЗУ отримано за експериментальними даними і результатами моделювання. За цими даними і побудована зазначена номограма. Її структура передбачає допущення, яке полягає в об’єднанні обчислення L_{x1} та L_{z1} за одними графіками, як по вісі O_x, так і по O_z, хоча вплив параметрів на ці значення по вісях різний.

У зв'язку з цим, пропонується виконувати розрахунок впливу уточнення Δx та Δz до розмірів L_{x1} та L_{z1} за рахунок кількості АЗУ, окремо по кожній вісі O_x і O_z. Оскільки, як уже згадувалося, значення уточнення, наприклад, по вісі O_x залежить від трьох параметрів (факторів) $\Delta=f(\sigma_{xi}, l_x, Y_x)$, то за ними будується трьох факторна модель поліноміальної регресії [3].

Визначена процедура, для наглядного зображення процесу обчислень виконується в середовищі MATHCAD 15 з відповідними позначками.

За розрахунково-експериментальними значеннями, наведеними у [1] і [2], для різних сполучень зазначених факторів і відповідного відгуку Δ (який виділяється за наявними значеннями зі скоригованих значеньL_{x1} та L_{z1} у окреме значення) сформовані чотири вектори за однією віссю (X, X_1, X_2, X_3) та стільки ж за іншою (Z, Z_1, Z_2, Z_3):

$$X=\begin{bmatrix}0{,}28\\0\\0{,}28\\0{,}043\\0{,}147\\0{,}043\\0{,}137\\0{,}212\\0{,}25\\0{,}11\\4{,}5\end{bmatrix}, X_1=\begin{bmatrix}0{,}5\\0\\0{,}25\\0{,}133\\0{,}5\\0{,}125\\0{,}267\\0{,}6\\0{,}667\\0{,}67\\0{,}333\end{bmatrix}, X_2=\begin{bmatrix}7{,}462\\0\\9{,}155\\1{,}453\\3{,}464\\1{,}1\\4\\6{,}24\\5\\3{,}87\\17{,}8\end{bmatrix}, X_3=\begin{bmatrix}0{,}75\\2\\0{,}75\\0{,}333\\2\\0{,}25\\1{,}333\\1\\5\\0{,}27\\6{,}74\end{bmatrix}$$

Вектор X є відгуком, який визначає уточнення Δx, а вектори X_1, X_2 і X_3 визначають фактори σ_{xi}, l_x, Y_x відповідно.

Факторна модель будується таким чином.

Оператором "*augment*" вектори 3-х чинників об'єднуються в одну матрицю, ідентифікатор "*vx*":

$$Vx := augment\ (X_1, X_2, X_3)$$

Поліноміальна модель (ідентифікатор "*p*") формується в неявному вигляді, тобто без розрахунку коефіцієнтів, оператором (функцією) "*polyfit*", де всередині дужок записуються матриця "*vx*", відгук "*X*" і цифрою вказується порядок рівняння регресії (модель нелінійна другого порядку. Через це, в якості третього аргументу всередині дужок ставиться цифра 2:

$$p := polyfit\ (vx, X, 2).$$

Далі виконуються розрахунки за отриманою моделлю з ранжованою змінною "*u*", що задається за числом рядків матриці "*vx*":

$$\mathrm{XRu} := p\left[\begin{bmatrix}X_1 u\\X_2 u\\X_3 u\end{bmatrix}\right]$$

Вектор результатів розрахунку "*XR*" має хороший збіг з вихідним вектором "*X*". Математично це підтверджується значенням коефіцієнта детермінації "*R*2", що дорівнює одиниці [3]:

$$R2 := \mathrm{corr}\ (XR, X)^2=1.$$

Поліноміальна модель першого порядку має більш низьке значення коефіцієнта детермінації, який дорівнює 0,89.

Аналогічна модель будується по осі O_z, з позначенням полінома “*pp*”, вектор результатів “*ZR*”. Коефіцієнт детермінації також дорівнює одиниці.

Звернення до факторної моделі в процесі виконання програми розрахунку, тобто витяг значення поправки, що знаходиться, виконується в наступному вигляді:

$$\Delta x := p\left[\begin{bmatrix}\sigma_{ux}\\ Y_x\\ l_x\end{bmatrix}\right];\ \Delta z := pp\left[\begin{bmatrix}\sigma_{uz}\\ Y_z\\ l_z\end{bmatrix}\right].$$

Розрахунок значень L_{x1} та L_{z1}, з урахуванням кількості АЗУ і відповідно до формули (8), виконується через блок “Given (Дано) - Find (Знайти)” із введенням початкових умов для ініціювання ітерацій і відповідних обмежень, наведених на номограмі. Ілюстрація результатів розрахунків поправок показана на рис.1.

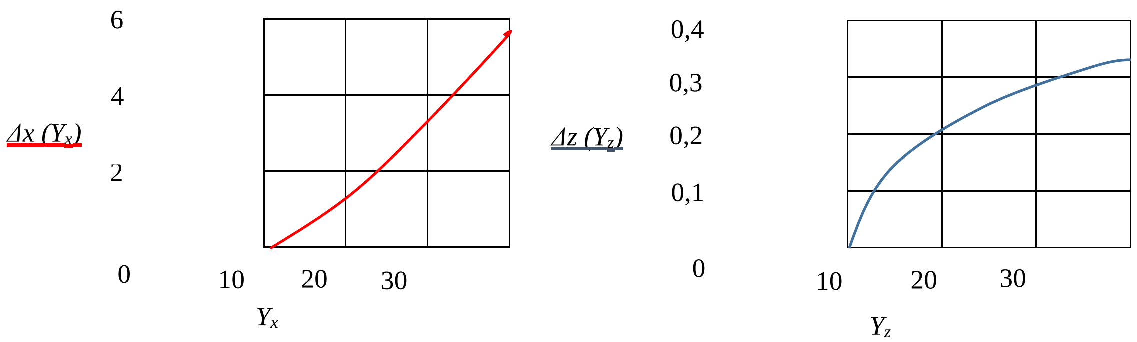

Рис. 1. Вид графіків поправок по відповідним вісям

На рисунку добре видно різницю значень і градієнтів поправок по різним вісям.

Коригування формули розрахунку загальної зони ураження кожного АЗУ зі складу їх сукупності, дозволяє автоматизувати розрахунки, тобто відмовитися від використання номограм і виконувати програмування моделі будь-якою мовою програмування.

Висновок

Таким чином, наведений метод удосконалення математичної моделі дозволяє шляхом включення у відомий аналітичний вираз експериментально-статистичної поправки визначати розміри загальної зони ураження кожного АЗУ зі складу їх сукупності, але вже не від двох, а від необхідних трьох функціонально пов’язаних змінних. Метод може бути корисний фахівцям, які займаються оцінкою ефективності застосування авіаційного озброєння.

Список використаних джерел

1. Васильев В.Н. Вероятностные методы оценки эффективности авиационного вооружения на этапе поражения целей. / Материалы лекций. Под редакцией И.С. Попова. // – М.: ВВИА, 1984. – 102 с.
2. Мильграм Ю.Г. Основы единой зонной методики оценки эффективности применения авиационных средств поражения по наземным (морским) объектам. / Ю.Г. Мильграм, В.А. Ерохин // – М. ВВИА, 1985. – 247 с.
3. Терентьев В.Б. Построение факторных моделей в инженерных расчетах. / В.Б. Терентьев, А.В. Терентьева // – М.: МАИ, 2018. – 51 с.